

Oplossing bij opdracht 2: de noeste noemerzoeker

Opdracht

Beschouw alle breuken strikt tussen $\frac{1}{2022}$ en $\frac{1}{2021}$. Welke van die breuken heeft de kleinste noemer?

Een oplossingsmethode

We kijken naar alle breuken $\frac{a}{b}$ met a en b natuurlijke getallen zodat

$$\frac{1}{2022} < \frac{a}{b} < \frac{1}{2021}.$$

Dit is equivalent met

$$2021 < \frac{b}{a} < 2022,$$

en met

$$2021a < b < 2022a.$$

We zoeken de kleinste dergelijke b en dit zal dus gebeuren wanneer a ook zo klein mogelijk is.

Laten we proberen met $a = 1$. Er bestaat echter geen natuurlijke b zodat $2021 < b < 2022$.

De volgende kleinste mogelijkheid is $a = 2$. We zoeken nu naar de kleinste natuurlijke b zodat $4042 < b < 4044$. Dat is uiteraard $b = 4043$.

Grotere waarden voor a , zullen grotere waarden voor b geven, dus de breuk met kleinste noemer is $\frac{2}{4043}$.