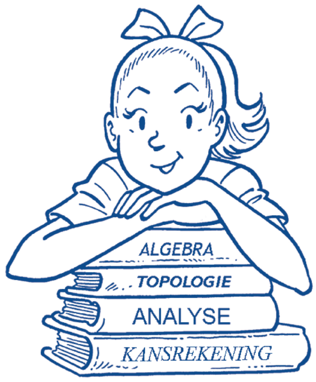
WISKUNNEND WISKE



SMAKELIJKE SNOEPJES

OPDRACHT 2

Wiske speelt een spelletje tegen Suske. Bij de start van het spel liggen er tussen 15 en 32 identieke snoepjes op tafel. Suske verdeelt deze snoepjes (zoals hij wil) over twee schaaltjes, een groen en een geel. Het spel verloopt als volgt: om beurt neemt elke speler ofwel een aantal snoepjes uit één van de schaaltjes ofwel uit beide schaaltjes *eenzelfde* aantal snoepjes. Bij elke beurt moet minstens één snoepje opgenomen worden. De winnaar is de speler die het laatste snoepje neemt (en dus twee lege schaaltjes achterlaat). Omdat Suske mocht kiezen hoe de snoepjes over de twee schaaltjes werden verdeeld, laat hij Wiske beginnen.

Als Suske en Wiske allebei optimaal spelen, wat zijn dan de aantallen snoepjes (tussen 15 en 32, beide grenzen inbegrepen) die ervoor zorgen dat Wiske (via een gepaste strategie) steeds kan winnen, ongeacht de verdeling die Suske kiest? Geef, voor de aantallen waarbij Wiske steeds kan winnen, een strategie die Wiske naar de overwinning leidt. Geef voor de andere aantallen snoepjes aan hoe Suske ze moet verdelen en hoe hij moet spelen om te winnen.

WISKUNDIG WEETJE

Speltheorie is een belangrijke tak van de wiskunde die bijna 100 jaar geleden werd opgestart door John von Neumann (1903-1957). Aan de basis van deze discipline ligt de studie van spellen met twee spelers die elk een optimale strategie gaan kiezen om hun winst in het spel te maximaliseren. Dit leidt tot heel mooie modellen en raakt aan takken zoals kansrekening en combinatoriek. Deze tak van de wiskunde kent heel veel toepassingen buiten de wiskunde.
Een voorbeeld is de economie, waar beslissingen in financiële context dikwijls bekomen worden door toepassing van stellingen uit de speltheorie. Een veel voorkomend begrip is hier het zogenaamde *Nash evenwicht*. Dit begrip werd ingevoerd door John Nash (1928-2015) die (tot nu toe) de enige wiskundige is die ooit een Nobelprijs won: de Nobelprijs Economie in 1994.
Als in een bepaalde situatie van een spel speler 1 een strategie $S1$ kiest en speler 2 een strategie $S2$, dan heet het koppel $(S1; S2)$ een *Nash evenwicht* indien speler 1 geen betere strategie kan kiezen dan $S1$ om zijn winst in deze situatie te maximaliseren, gegeven dat speler 2 strategie $S2$ toepast en tegelijkertijd er geen betere strategie is dan $S2$ om voor speler 2 de winst te maximaliseren indien speler 1 strategie $S1$ toepast. Nash bewees dat elk eindig spel een Nash evenwicht heeft.
Zelfs in het populaire voetbalspel verschijnen Nash evenwichten! Kijk bijvoorbeeld naar een strafschop, waar een speler en een doelman tegenover elkaar staan. De speler heeft twee strategieën: links of rechts mikken. De doelman heeft ook twee strategieën: links springen of rechts springen. De kans dat de speler wint (door een doelpunt te scoren) is hoger wanneer doelman en speler niet naar dezelfde kant gaan. Meestal zijn de kansen ook niet gelijk voor de twee combinaties waar ze niet dezelfde kant op gaan omdat elke speler een betere voet heeft (meestal de rechtse) zodat hij meer kans heeft om zijn doel niet te missen als hij zijn betere voet gebruikt. Voor gegeven kansen kan hier het Nash evenwicht berekend worden. Dat is tegenwoordig perfect doenbaar omdat tijdens elke voetbalmatch een massa aan gegevens wordt opgeslagen (balbezit, fouten, schoten op doel, assists, . . .). Deze laten toe om de nodige kansen nauwkeurig te benaderen. Leuk is om dan vast te stellen dat in de werkelijkheid spelers en doelmannen op natuurlijke wijze steeds zeer dicht bij het Nash evenwicht spelen.