

De Onderzoeksgroep
Mathematics and Data Science

nodigt U graag uit op de openbare verdediging van het proefschrift van

Jonathan Mannaert

ter behaling van de graad van Doctor in de Wetenschappen

Titel van het proefschrift:

**Booleaanse functies met een meetkundig domein:
een plek waar algebra en combinatoriek elkaar ontmoeten**

Promotor:

Prof. dr. Jan De Beule (VUB)

De verdediging heeft plaats op

Donderdag 12 juni 2025 om 16u

Campus Etterbeek VUB, Pleinlaan 2, Elsene
auditorium I.O.01

Samenstelling van de jury

Prof. dr. Ann Dooms (VUB, voorzitter)

Dr. Sam Mattheus (VUB, secretaris)

Prof. dr. Philippe Cara (VUB)

Prof. dr. Marie-Anne Guerry (VUB)

Prof. dr. Leo Storme (UGent)

Prof. dr. Gianira Alfarano (Université de
Rennes, FR)

Prof. dr. Ferdinando Zullo (Università degli
Studi della Campania « Luigi Vanvitelli », IT)

Curriculum vitae

Jonathan Mannaert behaalde zijn masterdiploma in de wiskunde aan Universiteit Gent in 2019.

Nadien sarte hij als assistent in de vakgroep Wiskunde & Data Science van de faculteit Wetenschappen en Bio Ingenieurswetenschappen van de Vrije Universiteit Brussel.

Het doctoraatsonderzoek van Jonathan Mannaert resulteerde o.a. in 10 publicaties in peer-reviewed tijdschriften. Verder was Jonathan tijdens zijn doctoraatstraject ook belast met het begeleiden van diverse oefeningensessies, de begeleiding van bachelor en master studenten en outreach evenementen ter promotie van het domein wiskunde.

Abstract van het doctoraatsonderzoek

In 1982 startten P. Cameron en R. Liebler hun onderzoek naar de classificatie van collineatiegroepen van de eindige drie-dimensionale projectieve ruimte $PG(3,q)$ met hetzelfde aantal banen op de rechten als op de punten. Als bijproduct vonden ze rechtenverzamelingen die speciale algebraïsche en meetkundige eigenschappen hebben. Dergelijke rechtenverzamelingen kregen de naam Cameron-Liebler rechtenverzamelingen. Er werd lange tijd gedacht dat de classificatie van deze objecten voor de hand lag, en er werd vermoed dat er geen niet-triviale Cameron-Liebler rechtenverzamelingen in $PG(3,q)$ bestaan. Een grote ommezwaai vond plaats in 1999 wanneer A. Bruen en K. Drudge dit meetkundig vermoeden konden ontkrachten door de constructie van niet-triviale voorbeelden. Dit zorgde voor een heropleving van het onderzoek naar deze meetkundige structuren. Een tweede belangrijk jaar was 2019, wanneer Cameron-Liebler rechtenverzamelingen werden veralgemeend naar verzamelingen van k -ruimtes in $PG(n,q)$. Bovendien werden in hetzelfde jaar deze veralgemeningen, nu Cameron-Liebler verzamelingen genaamd, voor het eerst bestudeerd als Booleaanse functies van graad 1 op een meetkundig domein. Dit bracht nieuwe mogelijkheden om ze verder te bestuderen.

In deze thesis zullen we de **Booleaanse functies afkomstig van meetkundige objecten** uitgebreid bespreken. In eerste instantie beperken we ons tot het originele probleem en zo dus tot graad 1. Dit deel omvat uitbreidingen op en het versterken van bewezen bestaansvoorwaarden gebaseerd op algebraïsche observaties, die hun nut verder zullen bewijzen door een diepere kennis te verschaffen over Cameron-Liebler verzamelingen van k -ruimtes. Dergelijke aanpak geeft ook een elegante manier om deze concepten over te brengen naar affiene meetkunde. Vervolgens verbreden we onze blik naar de studie van Booleaanse functies van algemene graad in $PG(n,q)$. Dit is een ambitieuze doelstelling, maar veel resultaten voor graad 1 zijn potentieel te veralgemenen. Een belangrijke observatie hier is de connectie tussen Booleaanse functies van algemene graad en designs, wat de basis vormt van enkele sterke bestaansvoorwaarden. Hiernaast zullen we enkele intrigerende voorbeelden van graad 2 verschaffen.

Tot slot willen we deze succesvolle technieken ook vertalen naar andere meetkundige problemen. Een mooi voorbeeld hiervan zijn de m -ovoiden in polaire ruimten, waar we bestaande grenzen op m niet alleen kunnen veralgemenen maar ook versterken.

Dit, in samenhang met de voorgaande problemen, geeft **een plek waar Booleaanse algebra en eindige meetkunde elkaar ontmoeten.**