

Abstract – Ottilde D’Huys

Delayed dynamical systems arise in various scientific fields; delays occur in the reaction of a driver in traffic dynamics, the incubation time of a disease, in axonal transmission in neural networks, or in the propagation time of light between two coupled semiconductor lasers, to name only a few examples. Such time delays can have dramatic influences which, as we show here, can be common to different systems despite their very different nature. The field of delayed complex systems is nowadays a quickly emerging field in multidisciplinary research.

In this thesis we study different aspects of the dynamics of delay-coupled networks, focusing on the interplay between delayed coupling and the onset of spatio-temporal patterns in networks. We approach this problem mainly analytically, complemented by numerical simulations. Starting point were the synchronisation properties of delay-coupled semiconductor lasers, but this thesis has addressed much more general questions: which networks synchronise? Why do some networks synchronise while others do not? Which is the role of a coupling delay, the role of the network topology? Which properties are specific for semiconductor lasers? To address these questions, we have studied a hierarchy of models with different levels of generality and complexity.

In networks of Kuramoto oscillators, the simplest model, in which an oscillator is only described by its phase - we study the effect of a coupling delay on periodic orbits. In networks of Stuart-Landau oscillators, which in addition allow for a variable amplitude, we investigate the different symmetry transitions on the route to chaotic behaviour. Finally we compare the correlation properties of networks chaotic deterministic units to those of coupled linear stochastic units. Many of these results are shown to be universal for delayed systems, independent of the model.

To complement the generic features, we also study some specific properties of delayed optical systems, such as the desynchronisation dynamics in coupled semiconductor lasers or the appearance of square waves in opto-electronic oscillators. These results are not only of fundamental importance, but also affect proposed applications based on chaos synchronisation.

Samenvatting

Dynamische systemen met vertraging komen voor in diverse wetenschappelijke domeinen; de vertraging staat voor de reactietijd van een bestuurder in het verkeer, de incubatietijd van een ziekte of als de propagatietijd van een signaal in een neurale netwerk of tussen gekoppelde halfgeleiderlasers, om enkele voorbeelden op te noemen. Het blijkt dat het optreden van een vertraging soms gelijkaardige effecten heeft, ondanks de fysische verschillen tussen deze systemen. Het interdisciplinair onderzoek rond complexe systemen en netwerken met vertraging is in de voorbije jaren dan ook sterk toegenomen.

In dit werk bestuderen we verschillende aspecten van de dynamica van netwerken met vertraagde koppeling, met de focus op de wisselwerking tussen de vertraagde koppeling en de spatio-temporele symmetrie in een netwerk. We werken vooral analytisch, aangevuld met numerieke simulaties. Het uitgangspunt is de synchronisatie-eigenschappen van gekoppelde halfgeleiderlasers, maar we willen dit probleem in een bredere context plaatsen: welke netwerken synchroniseren, waarom synchroniseren deze netwerken al dan niet, wat is de invloed van de vertraging in de koppeling, de netwerktopologie, en welke eigenschappen zijn specifiek voor lasers? Vanuit dit perspectief hebben we verschillende modellen van gekoppelde oscillatoren bestudeerd, zowel een veralgemening als een vereenvoudiging van het originele lasermodel.

In netwerken van Kuramoto oscillatoren -het eenvoudigste model, waarin elke oscillator enkel gekarakteriseerd wordt door zijn fase- onderzoeken we het effect van een vertraagde koppeling op periodische banen. In netwerken van Stuart-Landau oscillatoren, die een oscillator beschrijven aan de hand van zowel een fase als een amplitude, bestuderen we de verschillende symmetriebrekingen bij het ontstaan van chaos. Tenslotte vergelijken we de correlatie-eigenschappen van gekoppelde chaotisch-deterministische systemen met die van gekoppelde lineaire stochastische systemen. Een groot deel van onze resultaten zijn universeel voor netwerken waarin de elementen gekoppeld zijn met vertraging, onafhankelijk van het type oscillator.

Ook bestuderen we enkele specifieke eigenschappen van optische systemen met vertraging, zoals de invloed van ruis op de identieke synchronisatie van halfgeleider lasers, of de asymmetrische blokgolven in opto-elektronische oscillatoren. Dit werk heeft niet alleen een theoretische waarde, maar kan ook van belang zijn voor toepassingen gebaseerd op chaos synchronisatie.