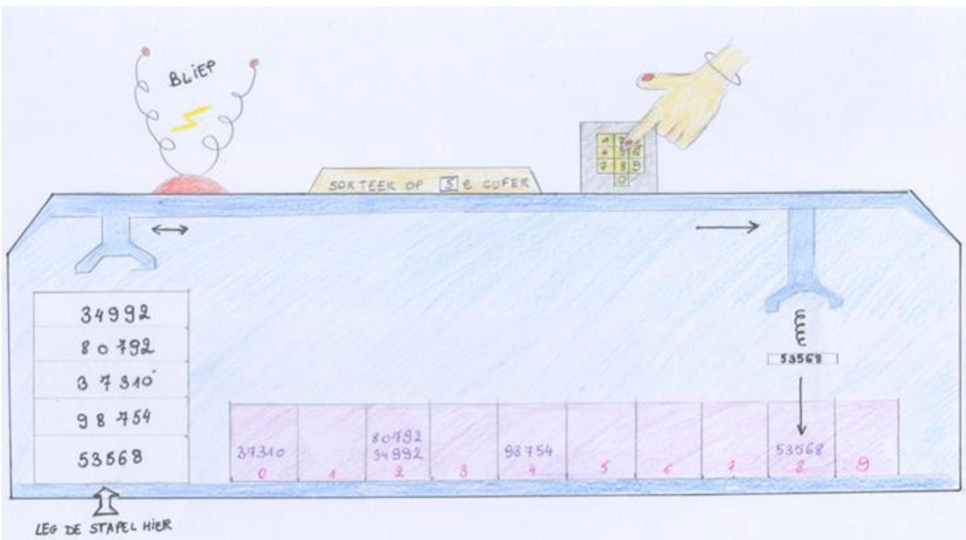
a)
We zullen eerst het algemene proces dat we moeten uitvoeren stap voor stap bespreken. Vervolgens verklaren we de procedure die de machine moet doorlopen om de taak die wij de machine opleggen correct te kunnen uitvoeren.

Stappenplan:
1. Stel de machine in op het vijfde cijfer, m.a.w. begin met het tweede cijfer van het paginanummer.
2. Orden alle pagina's naar dat vijfde cijfer. Wanneer er gelijkheid optreedt, wordt de oorspronkelijke volgorde behouden (eigenschap van de machine).
3. Stel de machine in op het vierde cijfer en orden de bekomen stapel op analoge wijze.
4. Herhaal dit proces ook voor het derde, tweede en eerste cijfer.
5. Als resultaat bekomen we een stapel gesorteerde pagina's.

We illustreren ons stappenplan met een voorbeeld:

Voorbeeldgetallen	Ordening naar 5^e cijfer	Ordening naar 4^e cijfer	Ordening naar 3^e cijfer	Ordening naar 2^e cijfer	Ordening naar 1^e cijfer
34992	3731**0**	373**1**0	37**3**10	8**0**792	**3**4992
80792	3499**2**	987**5**4	53**5**68	5**3**568	**3**7310
37310	8079**2**	535**6**8	98**7**54	3**4**992	**5**3568
98754	9875**4**	349**9**2	80**7**92	3**7**310	**8**0792
53568	5356**8**	807**9**2	34**9**92	9**8**754	**9**8754

Interne werking machine:
Om de werking van de machine nader te verklaren onderscheiden we in de machine 10 vakken genummerd van nul tot negen. De machine leest het door ons ingestelde cijfer van de stripcode en plaatst de pagina met de tekening naar onderen in het vak met het corresponderende cijfer. Deze procedure wordt herhaald voor de overige pagina's. Als de machine een pagina in een vak moet plaatsen waar al pagina’s liggen, wordt de pagina gewoon op de reeds aanwezige pagina’s gelegd. Als alle pagina's gescand zijn moeten ze op elkaar gestapeld worden beginnend bij 9 en eindigend bij 0, dus stapel 9 komt op stapel 8, stapel 9 en 8 komt op stapel 7,… tot we één grote stapel bekomen die gerangschikt is volgens het door ons ingestelde cijfer. Opdat de tekeningen bovenaan zouden liggen, moet de gesorteerde stapel nog omgedraaid worden. De stapel is nu gesorteerd op het ingestelde cijfer. Als je nog verder wil sorteren, kan je de machine instellen op een ander cijfer en de stapel nogmaals in de machine steken. In ons geval stellen we het cijfer in, aflopend van het laatste naar het eerste.



Het model KA1-2014 van deze machine

Onze klas heeft besloten dat het ontwerp en de werking van onze machine hypermodern moeten zijn. Daarom hoeft bij onze versie van de machine de hoop verzamelde blaadjes slecht één keer in de machine te worden gestopt. De interne werking ervan blijft exact hetzelfde, met dat verschil dat wanneer de stapel blaadjes (met de tekening naar boven) er uit komt na een eerste sortering, die automatisch door de machine naar de invoergeul wordt getransporteerd. Door een iteratie (een herhaal-voor-lus) te gebruiken waarbij onze teller gaat van 5 DOWNTO 1 wordt het ingestelde cijfer automatisch aangepast. Nadat de stapel het volledige traject door de machine 5 keer doorlopen heeft, is de iteratie beëindigd en komt een volledig juist gesorteerde stapel uit de machine.

b)

In het geval van 332 strips van 88 pagina's, bestaat de code uit 5 cijfers en voert de machine dus 5 x 332 x 88 of 146 080 operaties uit. Algemeen kunnen we zeggen dat voor n strips met p aantal pagina's, de machine c x n x p operaties zal uitvoeren, waarbij c het aantal cijfers van de stripcode is, gelijk aan de som van het aantal cijfers van n en p.

c)

We tonen aan dat deze aanpak werkt door inductie toe te passen op het aantal cijfers k van een getal in de te sorteren rij waarbij $k \in \mathbb{N}_0$.

Stap 1: we bewijzen de eigenschap voor de startwaarde k = 1.
Is k = 1, dan bestaan de getallen uit slechts 1 cijfer, gaande van 0 tot 9.
Door ze te sorteren op dat cijfer rangschikken we alle getallen van de rij.

Stap 2: inductiehypothese: veronderstel dat deze werkwijze geldt voor een willekeurig aantal cijfers n. Dat wil zeggen dat we veronderstellen dat een verzameling getallen met lengte k = n correct gerangschikt is.
inductiestap: we bewijzen de eigenschap voor getallen met k = n + 1 cijfers. Aangezien deze werkwijze gebruik maakt van elk afzonderlijk cijfer van een getal kunnen we het sorteren van getallen met n + 1 cijfers opvatten als sorteren op n opeenvolgende cijfers, startend bij het laatste cijfer van het getal, gevolgd door sortering op het (n+1)-de cijfer. Door de inductiehypothese weten we dat de getallen al tot op n cijfers correct gerangschikt zijn.
Op die manier hoeven we enkel naar het (n + 1)-de cijfer te kijken.
We vergelijken het (n+1)-de cijfer a_{n+1} en b_{n+1} van twee getallen a en b.
We kunnen drie gevallen onderscheiden:
Geval 1: $a_{n+1} < b_{n+1}$
De volgorde van de getallen blijft behouden en is correct.
Geval 2: $a_{n+1} = b_{n+1}$
Ook hier zullen de getallen blijven staan, de onderlinge volgorde wordt behouden.
Ze bevinden zich reeds in de juiste volgorde, want de laatste n cijfers zijn gerangschikt.
Geval 3: $a_{n+1} > b_{n+1}$
De getallen zullen van plaats moeten wisselen. Dus getal b zal voor getal a komen te staan waardoor de volgorde correct is.

Stap 3: conclusie: de werkwijze is geldig voor elke $k \in \mathbb{N}_0$.