

# De Gulzige Gasten

Het aantal cupcakes wordt gegeven door  $n$ .

$n_0$  is het aantal cupcakes dat Sidonia heeft gebakken,  $n_1, n_2, n_3, n_4$  en  $n_5$  zijn het aantal cupcakes nadat respectievelijk Suske, Wiske, Lambik, Jerom en Sidonia hun deel hebben verstoppt en telkens 1 cupcake aan de hond hebben gegeven.

$n_6$  is het deel dat zowel Suske, Wiske, Lambik, Jerom en Sidonia krijgen aan tafel.

We beginnen bij  $n_1$  en nemen cupcakes weg:

$$n_1 = n_0 - 1 - \frac{n_0 - 1}{5} = \frac{4n_0 - 4}{5} \Rightarrow n(t) = \frac{4n(t-1) - 4}{5}$$

$$\begin{aligned} n_5 &= \frac{4*n_4 - 4}{5} = \frac{4*\frac{4*n_3 - 4}{5} - 4}{5} = \frac{16*n_3 - 16 - 20}{5*5} \\ &= \frac{16*\frac{4*n_2 - 4}{5} - 36}{25} = \frac{64*n_2 - 64 - 36*5}{5*25} \\ &= \frac{64*\frac{4*n_1 - 4}{5} - 244}{125} = \frac{256*n_1 - 256 - 244*5}{5*125} \\ &= \frac{256*\frac{4*n_0 - 4}{5} - 1476}{625} = \frac{1024*n_0 - 1024 - 1476*5}{5*625} = \frac{1024n_0 - 8404}{3125} \end{aligned}$$

OF

We beginnen bij  $n_4$  en voegen de cupcakes die telkens zijn weggenomen toe:

$$n_4 = \frac{5}{4}(n_5) + 1 \Rightarrow n(t) = \frac{5}{4}(n(t+1)) + 1$$

$$n_0 = \frac{5}{4}\left(\frac{5}{4}\left(\frac{5}{4}\left(\frac{5}{4}\left(\frac{5}{4}n_5 + 1\right) + 1\right) + 1\right) + 1\right) + 1$$

$$n_0 = \frac{3125n_5 + 8404}{1024}$$

$n_5 = \frac{1024 n_0 - 8404}{3125} \Rightarrow n_0 = \frac{3125 n_5 + 8404}{1024}$
---

$n_5$  is het aantal nadat Sidonia haar deel weggenomen heeft.

Het deel dat iedereen aan tafel krijgt, wordt dus gegeven door:

$$\left(\frac{1024n_0 - 8404}{3125} - 1\right) * \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1024n_0 - 11529}{15625} \Rightarrow n_0 = \frac{15625*n_6 + 11529}{1024}$$

Aan de hand van de vorige formules kunnen we volgende formules afleiden:

$$n_2(n_0) = \frac{16n_0 - 36}{25}$$

$$n_3(n_0) = \frac{64n_0 - 244}{125}$$

$$n_4(n_0) = \frac{256n_0 - 1476}{625}$$

$$n_5(n_0) = \frac{1024n_0 - 8404}{3125}$$

Als we enkele voorbeelden berekenen, krijgen we de volgende waarden:

	n0	n2			n0	n3			n0	n4	
	21	12			121	60			621	252	
+25	46	28	+16	+125	246	124	+64	+625	1246	508	+256
+25	71	44	+16	+125	371	188	+64	+625	17871	764	+256

$$n_2 \in N \Leftrightarrow n_0 = (5^2 - 4) + 5^2 * k$$

$$n_3 \in N \Leftrightarrow n_0 = (5^3 - 4) + 5^3 * k$$

$$n_4 \in N \Leftrightarrow n_0 = (5^4 - 4) + 5^4 * k$$

$$n_5 \in N \Leftrightarrow n_0 = (5^5 - 4) + 5^5 * k$$

$\Rightarrow n_t \in N \Leftrightarrow n_0 = 5^t(k+1) - 4 \quad (k, t \in N)$ $\Rightarrow n_t = 4^t(k+1) - 4$
--

Met deze formules kunnen we uitsluitend  $n_1, n_2, n_3, n_4$  en  $n_5$  berekenen.

$n_6$  kunnen we wel definiëren aan de hand van  $n_5$ . Aangezien men van  $n_5$  1 cupcake aan Tobias geeft en ze daarna verdeelt over hen 5, gebruiken we de volgende formule:

$$n_6 = \frac{n_5 - 1}{5} = \frac{4^5(k+1)}{5} - 1$$

$$n_6 \in N \Leftrightarrow \frac{4^5(k+1)}{5} = a \quad (a \in N)$$

De kleinste k-waarde waarvoor deze voorwaarde geldt:  $k = 4$

$$\Leftrightarrow n_6 = \frac{5 \cdot 4^5}{5} \Leftrightarrow n_6 = 4^5 \Leftrightarrow n_6 = 1023$$

Met andere woorden elke persoon krijgt 1023 cupcakes. Aan de hand van de vorige formules, kunnen we  $n_0$  berekenen:  $n_0 = 15621$ . Sidonia moet dus minsten 15621 cupcakes bakken.