

School: Oscar Romerocollege Dendermonde	Klas: 5WWB2
	Opdracht 3

Oplossing Wiskunnend Wiske januari 2021

Vraag: Wat is de kans dat er op dat moment nog exact k snoepjes in het andere doosje zitten, wetende dat elk doosje oorspronkelijk n ($>k$) snoepjes bevatte?

Oplossing: We kunnen de vraag vereenvoudigen en ons afvragen hoe groot de kans is dat er een bepaald aantal snoepjes ($2n-k$) genomen zijn als het wordt ontdekt.

De kans is het aantal gewenste mogelijkheden gedeeld door het totaal aantal mogelijkheden.

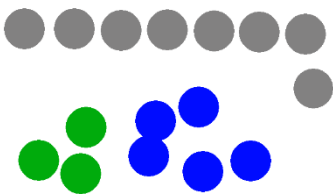
We beginnen met het totaal aantal mogelijkheden. Dat is $2^{(2n-k)}$, want voor elk gepakt snoepje zijn er twee mogelijkheden en dat gaat exponentieel omhoog. De vergelijking ziet er momenteel dus zo uit.

$$1/(2^{(2n-k)})$$

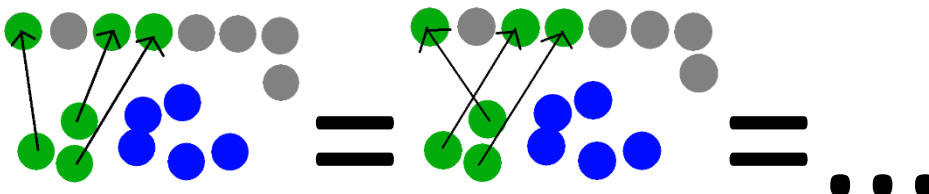
De gewenste combinaties zijn degene waarbij het ene doosje leeg is (als er $2n-k$ snoepjes zijn genomen zijn er sowieso nog k over in het andere). Dat betekent dat er n snoepjes uit het ene en $n-k$ uit het andere zijn genomen. We moeten dus berekenen hoeveel volgordes er zijn waarbij dit klopt.

Even een voorbeeld: $n=5$ $k=2$

Dus er zijn 8 snoepjes genomen, waarvan 5 van doosje 1 en 3 van doosje 2. We stellen dit voor door 8 kleurloze snoepjes, waarvan we er 3 groen maken (doosje 2) en 5 blauw.



Het eerste groene snoepje kan uit 8 plaatsen kiezen, het tweede nog uit 7 en het derde uit 6. Daarna vullen we alles op met blauw, hier is geen keuze. In formule is dit $(2n-k)!/(n)!$. We hebben wel iets verkeerd gedaan....



Er zijn meerder combinaties die wij als verschillend hebben gerekend maar eigenlijk hetzelfde zijn, want we zoeken enkel verschillende volgordes. Het aantal keer dat dezelfde combinatie voorkomt is gelukkig gemakkelijk te berekenen: $(n-k)!$. Dus als we dat toevoegen wordt het aantal combinaties $(2n-k)! / ((n)! * (n-k)!)$.

Onze volledige formule wordt dan:

$$(2n-k)! / ((n)! * (n-k)! * 2^{(2n-k)}).$$

We zijn wel enkele kleinigheden vergeten, de kans moet nog gedeeld worden door 2, want nu hebben we een leeg potje, maar het is nog niet ontdekt, dat gebeurt slechts in 1 op 2 gevallen. Toch gaan we de formule niet veranderen, ze wordt namelijk ook nog eens maal 2 gedaan omdat we het aantal gewenste combinaties hebben berekend als doosje 1 leeg is, maar het kan natuurlijk ook dat doosje 2 leeg is.