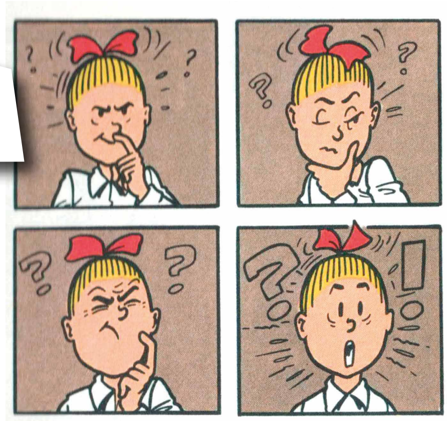
WISKUNNEND WISKE

DE RAADSELACHTIGE RECHTHOEKEN



OPGAVE 3

Wiske neemt een vierkant vel papier. Ze meet de oppervlakte van de omgeschreven cirkel van dit vierkant en noemt het resultaat *A*. Daarna geeft ze het vel door aan Suske die het in vele kleine rechthoekige stukjes snijdt. Suske meet dan ook voor elk stukje de oppervlakte van de omgeschreven cirkel, hij telt deze getallen allemaal op en noemt het resultaat *B*.

Tot Suskes en Wiskes verbazing is *A* gelijk aan *B*. Wat kunnen zij of wij hieruit afleiden betreffende de vorm van de stukjes papier? Geef een volledige wiskundige argumentatie.

WISKUNDIG WEETJE

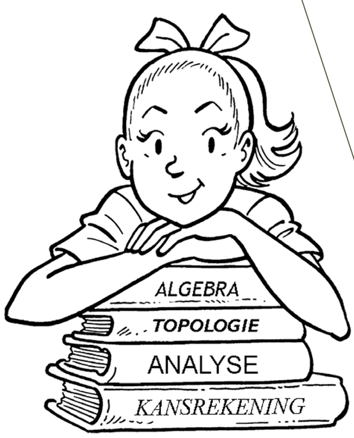
Wanneer je de oppervlakte van een cirkel berekent, duikt altijd het getal π op. Maar waar komt dit getal vandaan? We moeten het niet ver gaan zoeken, per definitie is het getal π de verhouding tussen oppervlakte en kwadraat van de straal van een cirkel. Toch heeft dit getal enkele bijzondere eigenschappen.

We kennen π als het getal met de waarde 3,141592653..., maar de reeks cijfers achter de komma is oneindig. We kunnen π niet als een verhouding van twee gehele getallen, niet als een breuk schrijven. We noemen zulke getallen **irrationale** getallen. Het bewijs dat π irrationaal is, werd gegeven door Johann Heinrich Lambert in 1761.

Maar π is veel meer. Een deel van de irrationale getallen is **transcendent** en ook π blijkt dat te zijn (1882, Carl Louis Ferdinand von Lindemann). Dit betekent dat dit getal niet te schrijven is als oplossing van een algebraïsche vergelijking met gehele coëfficiënten. Daaruit volgt tevens dat er geen constructie met passer en liniaal bestaat om een rechte lijn te construeren die lengte π heeft. Heel anders dan een getal als $\sqrt{2}$, dat wel irrationaal maar niet transcendent is, en daarom wel geconstrueerd kan worden: de schuine zijde van een eenvoudig te construeren gelijkbenige rechthoekige driehoek met rechte zijde 1 heeft inderdaad lengte $\sqrt{2}$.

Een deel van de transcendente getallen is bovendien **normaal**. Dat betekent dat in de decimale ontwikkeling van het getal de cijfers van 0 tot en met 9 even vaak voorkomen, maar ook elke willekeurige cijfercombinatie even vaak voorkomt als elke andere willekeurige cijfercombinatie van gelijke lengte. Er bestaat een sterk vermoeden dat π een normaal getal is, maar een bewijs is tot nu toe nog steeds niet gevonden.

Toepassingen in het gebied van meetkundige constructies en oplossen van algebraïsche vergelijkingen worden gedoceerd in de cursus *Galoistheorie* binnen de opleiding Wiskunde aan de Vrije Universiteit Brussel.



Vrije Universiteit Brussel