

WISKUNNEND WISKE

VLIEGENSVLUGGE VLUCHTEN



OPGAVE 2

De nieuwe luchtvaartmaatschappij Wis'Air heeft overeenkomsten met een aantal Europese luchthavens om daar te mogen opstijgen en landen. De luchtvaartmaatschappij wil echter haar vliegtuigen zo efficiënt mogelijk inzetten en roept daarom de hulp in van Wiske die het aantal vluchten zoveel mogelijk moet beperken. Zij beseft dat het inleggen van een vlucht tussen elk paar mogelijke luchthavens zeer veel vliegtuigen vereist. Het is beter om vluchten op elkaar af te stemmen zodat passagiers kunnen overstappen op een volgende vlucht om zo op hun bestemming te geraken.

Wiske staat dus voor de opdracht om een *vliegplan* (d.w.z. een verzameling van vluchten) op te stellen waarmee passagiers van om het even welke luchthaven naar om het even welke andere luchthaven kunnen reizen, door middel van een of meerdere aaneensluitende vluchten. Ze realiseert zich dat er meerdere vliegplannen mogelijk zijn om de gegeven luchthavens met elkaar te verbinden. Daarom besluit ze ook rekening te houden met de afstand (in vogelvlucht) tussen de verschillende luchthavens. Elke vlucht tussen twee luchthavens komt overeen met een bepaalde vliegafstand. Voor een *efficiënt* vliegplan wil Wiske dus zowel het *aantal vluchten* als de *totale vliegafstand* (= som van vliegafstanden van alle vluchten in het vliegplan) minimaliseren.¹

Vraag a) Stel een efficiënt vliegplan op voor de luchthavens van Budapest, Dublin, Madrid en Warschau. Maak hierbij gebruik van de vliegafstanden gegeven in onderstaande tabel. Hoe ziet dit efficiënt vliegplan er uit als nu ook de luchthavens van Parijs en Praag worden opgenomen? Kan Wiske haar vliegplan voor 6 luchthavens nog efficiënter maken als ze de vluchten in het oorspronkelijk vliegplan voor 4 luchthavens nog mag wijzigen? Uit hoeveel vluchten bestaan de respectievelijke vliegplannen?

Afstanden tussen luchthavens:	Budapest	Dublin	Madrid	Warschau	Parijs	Praag
Budapest	0	1895	1975	545	1248	443
Dublin		0	1450	1824	777	1466
Madrid			0	2288	1053	1774
Warschau				0	1366	515
Parijs					0	885
Praag						0

Vraag b) Beschrijf duidelijk (a.d.h.v. een stappenplan) hoe je een efficiënt vliegplan kan opstellen voor een verzameling van N luchthavens waarbij de afstand tussen elk paar luchthavens gegeven is.

Vraag c) Uit hoeveel vluchten bestaat een efficiënt vliegplan dat N luchthavens met elkaar verbindt? Bewijs dit formeel.

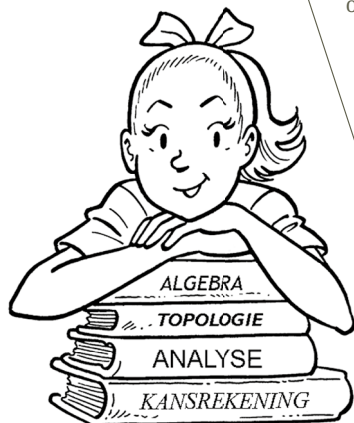
WISKUNDIG WEETJE

In operationeel onderzoek worden wiskundige technieken en modellen gebruikt om processen binnen organisaties of bedrijven te verbeteren of te optimaliseren. Bijvoorbeeld: hoe kan een spoorwegmaatschappij zo veel mogelijk passagiers vervoeren met slechts een beperkt aantal treinen en machinisten? Hoe kan een telecommunicatiebedrijf een mobiel netwerk uitrollen met een hoge kwaliteit maar tegen een zo laag mogelijke kost? Hoe moet een spoorwegbrug ontworpen worden met de hoogste draagkracht en een minimum hoeveelheid bouwmaterialen?

In veel gevallen worden grootheden zoals *kost*, *opbrengst*, *winst* of *efficiëntie* geoptimaliseerd onder bepaalde randvoorwaarden. In de praktijk worden vaak problemen opgelost met duizenden en zelfs miljoenen variabelen.

Ondanks de vooruitgang die men heeft gemaakt in de wiskundige technieken en de toename van de rekenkracht van de computers, zijn vele problemen in de praktijk onoplosbaar. Het bekende vraagstuk van de handelsreiziger die alle steden in een gebied één maal wil aandoen in een zo kort mogelijke route is een typisch probleem. Het vinden van de kortste reisweg is nog steeds onoplosbaar, maar een zeer goede schatting is wel af te leiden met de huidige technieken.

¹ Hierbij negeert Wiske andere factoren zoals bv. hoger brandstofverbruik per km voor korte vluchten, luchthaventaxen, het belang van de thuisbasis van de luchtvaartmaatschappij, de moeilijkheid van het afstemmen van vluchten op mekaar, het feit dat passagiers liever niet overstappen tussen verschillende vluchten, etc



Vrije
Universiteit
Brussel