

## WISKUNNEND WISKE

### KERENDE KANSEN



### OPGAVE 1

Tante Sidonia heeft een mooie villa geërfd van haar nicht en wil dit huis graag verkopen aan de hoogste bidder. Om geen domme dingen te doen vraagt ze raad aan Wiske, want elke keer als een koper zich aanbiedt moet ze beslissen of ze het bod aanvaardt of niet. Terugkomen op een eerder bod kan niet.

De geïnteresseerde kopers kennen en spreken elkaar niet. Bijgevolg doet elke koper een bod zonder te weten wat de voorgangers hebben geboden. Wanneer dit bod hoger is dan het bod van al de vorige kopers, dan noemt Wiske dit een succes, anders beschouwt ze het als een mislukking. Van zodra een bod wordt aangenomen mag er niet meer geboden worden en is het huis verkocht.

Hoe langer de villa echter te koop staat, hoe groter de kans dat een koper onder de verkoopprijs biedt die Sidonia in gedachte heeft. Daarom veronderstelt Wiske dat de kans dat het eerste bod het allerbeste is, gelijk is aan  $1/2$ . Bij elk nieuw bod zakt deze kans respectievelijk naar  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ , ... Omdat Sidonia niet oneindig lang kan wachten veronderstelt Wiske ook dat er maximaal 20 kopers mogen langskomen en bieden.

Vraag a.

Na hoeveel biedingen dient Sidonia te beslissen om te verkopen opdat de kans dat er nog precies 1 hoger bod volgt maximaal is?

Vraag b.

Wat is de maximale kans op succes?

Vraag c.

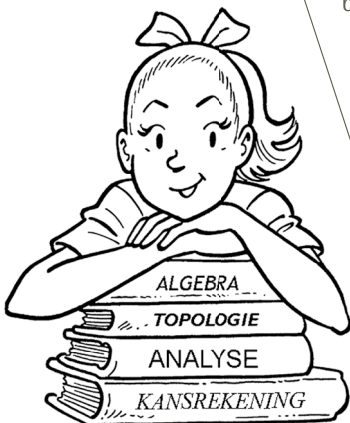
Bedenk nu een strategie om het beste bod te kunnen aanvaarden als er maximaal  $n$  mogelijke kopers zijn (i.p.v. 20), voor een natuurlijk getal  $n$ .

### WISKUNDIG WEETJE

Het probleem van optimale stoptijden is bijna even oud als de kansrekening zelf. Deze tak van de wiskunde vindt haar oorsprong in de kansspelen waarbij je bij casinospelen bijvoorbeeld de optimale stoptijd wilt bepalen om je winst te maximaliseren. Dit type strategieën heeft ook toepassingen in vermogensbeheer en economie, controle en industriële ingenieurstechnieken. Denk maar aan het bepalen van het meest geschikte moment om financiële activa te kopen of verkopen. Controle ingenieurs wensen bepaalde processen te controleren opdat deze opereren binnen vastgelegde specificaties, bijvoorbeeld een vaste temperatuursmarge. Indien het proces niet binnen de vooropgestelde specificaties opereert, moet er worden ingegrepen. Men is echter op zoek naar het optimale ingrijpmoment, want elke interventie kost geld en werkkraft en dient dus vermeden te worden. Ingenieurs willen ook kunnen berekenen wanneer een bepaald machineonderdeel vervangen dient te worden. Enerzijds wenst men niet te wachten tot het onderdeel kapot gaat en de machine op de schroothoop mag. Anderzijds wil men het onderdeel ook niet vroegtijdig vervangen aangezien dit onnodige kosten zijn.

Binnen de wiskunde kan de eenvoudige oplossingsmethode van het vraagstuk veralgemeend worden voor bovenvermelde toepassingen die een ietwat uitgediepte theorie vragen. In de wiskundige literatuur is deze theorie gekend onder 'martingaaltheorie', 'Markov ketens', 'vernieuwingsprocessen' en 'puntprocessen'. Deze vormen een onderdeel van de wiskunde genaamd 'stochastische processen'.

Deze deeldiscipline van de wiskunde is een vorm van kansrekening waarin ook de variabele tijd een rol speelt.



Vrije  
Universiteit  
Brussel