



Wiskunnend Wiske schooljaar 2013-2014

Oplossing opdracht 1

Klas: 5 GWi - 5LWi - 5WEWi

Vijfde jaar Grieks -Wiskunde, Latijn-Wiskunde,

Wetenschappen- Wiskunde met wiskundig wetenschappelijke vorming.

School: Heilige-Drievuldigheidscollège, Oude Markt 28 3000 Leuven

A. Voorbereiding

UITLEG SYMBOLEN

$t_m = \text{tijd}$

$v_m = \text{snelheid}$

$l_m = \text{afstand}$

waarbij m een van de volgende letters voorstelt:

$R =$ alles i.v.m. de rolband

$W =$ alles i.v.m. wandelen, het wandelpad (v_W is dus de w uit het vraagstuk)

$S =$ alles i.v.m. stoppen, versnellen

$tot =$ totaal

TE ONDERZOEKEN

We onderzoeken of Suske, als hij beslist te stoppen of te versnellen, dat het best op of naast de loopband kan doen, met andere woorden

of $t_{totR} < t_{totW}$

of $t_{totR} > t_{totW}$

of $t_{totR} = t_{totW}$

waarbij t_{totR} de totale tijd is waarin Suske op de rolband stopt/versnelt, en t_{totW} de totale tijd waarop hij op het wandelpad stopt/versnelt.

B. Uitvoering

DE TOTALE SNELHEID

De formule van snelheid is $v = \frac{l}{t} \Leftrightarrow t = \frac{l}{v}$ (1).

De totale tijd t_{tot} waarin Suske wandelt is gelijk aan de som van tijd waarin hij op de rolband stapt en de tijd waarin hij op de vloer stapt. Dus $t_{tot} = t_R + t_W$ (dit is de totale tijd waarin Suske stapt, zonder te versnellen of te stoppen).

Met de bovenstaande snelheidsformule in ons achterhoofd kunnen we nu de totale snelheid van Suske schrijven als $t_{tot} = \frac{l_R}{v_R + v_W} + \frac{l_W}{v_W}$ (waarbij v_W de wandelsnelheid is).

HET TIJDSVERSCHIL

Voor zowel veters binden als versnellen heeft Suske een bepaalde tijd nodig. Met deze tijd kunnen we de afstand berekenen waarover Suske stopt/stilstaat, met de formule $l_s = \Delta t \cdot v_{tot}$. Hier is l_s de afstand waarover hij zijn veters bindt of versnelt, en v_{tot} de totale snelheid die hij heeft tijdens het stoppen/versnellen (3). l_s is hier dus de afstand waarover hij zijn veters bindt of versnelt.

In (2) werd de tijd berekend zonder rekening te houden met veters binden of versnellen. Als we willen weten hoelang hij stopt/versnelt op de rolband, dan krijgen we de volgende formule: $t_{totR} = \frac{l_R}{v_R + v_W} + \frac{l_W}{v_W} + \Delta t - \frac{l_{SR}}{v_R + v_W}$ (waarbij l_{SR} de afstand is waarover hij stopt/versnelt op de rolband).

Als hij wil stoppen/versnellen van de rolband af dan krijgen we de volgende formule: $t_{totW} = \frac{l_R}{v_R + v_W} + \frac{l_W}{v_W} + \Delta t - \frac{l_{SW}}{v_W}$ (l_{SW} is hier de afstand waarover hij stopt/versnelt van de rolband af).

We zien dat de twee formules veel overeenkomsten hebben en kunnen nu schrijven dat $t_{totR} = t_{totW} - \frac{l_{SR}}{v_R + v_W} + \frac{l_{SW}}{v_W}$ (4).

Vanaf hier lossen we de delen van de opdrachten apart op.

DEEL 1: VETERS BINDEN

Als Suske zijn veters bindt geldt dat (3) $l_{SR} = \Delta t \cdot v_R$ en $l_{SW} = \Delta t \cdot 0 = 0$

Dus wordt de formule (4) $t_{totR} = t_{totW} - \frac{\Delta t \cdot v_R}{v_R + v_W} + 0 \Rightarrow t_{totR} < t_{totW}$ (want $\frac{\Delta t \cdot v_R}{v_R + v_W} > 0$).

DEEL 2: VERSNELLEN

Als Suske versnelt geldt dat (3) $l_{SR} = \Delta t \cdot (v_R + v_W + \Delta v)$ en $l_{SW} = \Delta t \cdot (v_W + \Delta v)$ (waarbij de w' van de opgave wordt voorgesteld door $v_W + \Delta v$).

Dus wordt de formule (4) :

$$t_{totR} = t_{totW} - \frac{\Delta t \cdot (v_R + v_W + \Delta v)}{v_R + v_W} + \frac{\Delta t \cdot (v_W + \Delta v)}{v_W}$$

(Nu zetten we de laatste 2 termen op dezelfde noemer)

$$\Leftrightarrow t_{totR} = t_{totW} + \frac{(v_R + v_W) \cdot (\Delta t) \cdot (v_W + \Delta v) - v_W \cdot \Delta t \cdot (v_R + v_W + \Delta v)}{v_W \cdot (v_W + v_R)}$$

(Na uitwerking van de teller verkrijgen we het volgende)

$$\Leftrightarrow t_{totR} = t_{totW} + \frac{v_R \cdot \Delta v}{v_W \cdot (v_W + v_R)} \Rightarrow t_{totR} > t_{totW} \quad (\text{want } \frac{v_R \cdot \Delta v}{v_W \cdot (v_W + v_R)} > 0).$$

C. Besluit

Als Suske zijn veters wil binden, doet hij dat best op de rolband. Als Suske even wil versnellen, kan hij dat echter beter van de rolband af doen.