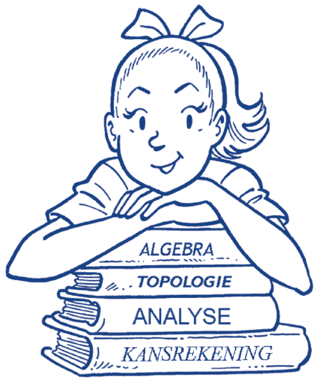
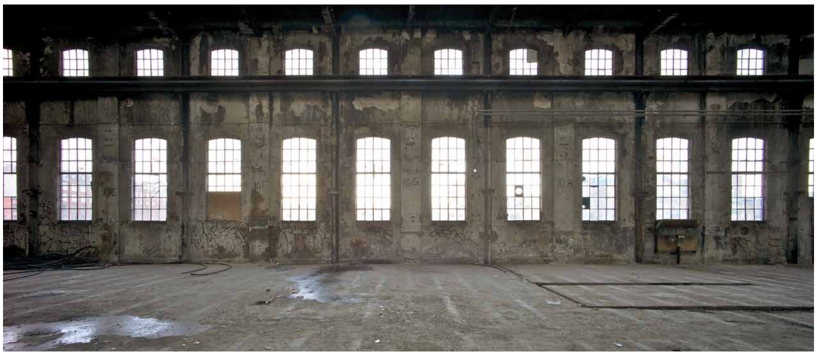
WISKUNNEND WISKE

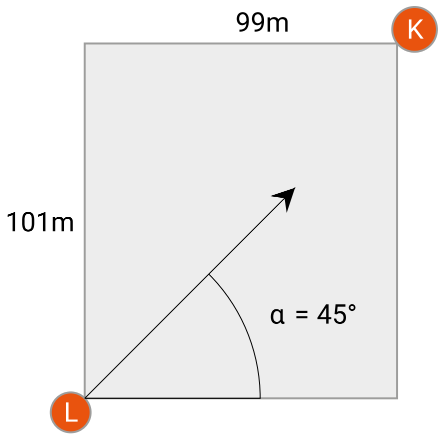


DE STRAFFE STUITBAL

OPGAVE 1

Lambik zit in de penarie! In ware James Bond-stijl heeft Krimson hem gevat en vastgesnoerd in de hoek van een grote rechthoekige hangar van 99 op 101 meter. Boven Lambiks hoofd zakt gestaag een dodelijke laserstraal, die hem over exact 150 seconden zal raken. De uitknop *K* van de laser bevindt zich in de hoek schuin tegenover Lambik. Gelukkig kan Lambik nog net een uitvinding van professor Barabas uit zijn zak peuteren: een pistool dat een klein balletje kan afschieten, *de straffe stuitbal*, die met een snelheid van 100 meter per seconde reist, nooit zijn snelheid verliest en volgens perfecte reflecties van wanden afkaatst. Het balletje ketst dus telkens van de wand af onder eenzelfde hoek als deze waaronder hij tegen de wand botst. Omdat hij zo stevig is vastgebonden, kan Lambik het pistool enkel horizontaal, ter hoogte van de uitknop en onder een hoek van 45 graden ten opzichte van de wanden afvuren. Als het balletje de uitknop *K* kan raken, dan zou Lambik gered zijn.

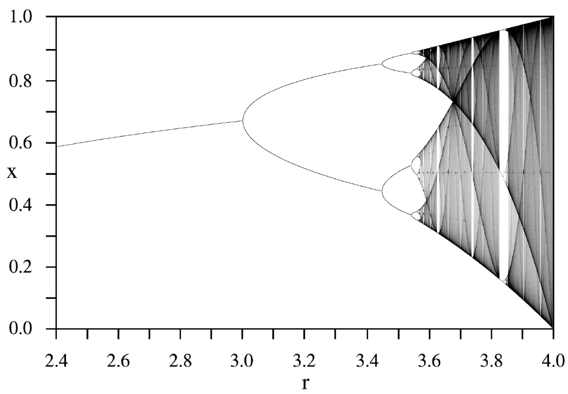




1. Als Lambik het pistool afvuurt, zal de straffe stuitbal dan ooit de uitknop raken? En zal dit gebeuren voor de straffe stuitbal Lambik zelf raakt?
2. Hoeveel keer zal de straffe stuitbal de wanden raken vooraleer hij de uitknop bereikt?
3. Zal Lambik op tijd gered worden als hij het projectiel meteen afschiet?
4. Zou Lambik zich kunnen redden als hij het pistool onder een hoek van 30 graden moet afschieten?

WISKUNIG WEETJE:

Of een systeem al dan niet een periodiek karakter heeft, is een erg belangrijke vraag in de wiskunde. Een periodiek systeem kan heel nauwkeurig bestudeerd worden, bijvoorbeeld aan de hand van de Fourieranalyse, een tak binnen de functionaalanalyse (2de bachelor wiskunde). Een niet-periodiek systeem leidt vaak tot chaos, zoals bij de *dubbele slinger*. Vaak hangt een systeem af van een parameter, en is er een heel interessant maar moeilijk verband tussen de parameter en de periodiciteit van het systeem. Zo leidt bijvoorbeeld de studie van de periodiciteit van de *logistieke rij* $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$ voor $0 \le r \le 4$ tot het volgende verrassende *bifurcatie-diagram*:



VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL